



# Herbsttagung 2007

der

## MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT IN HAMBURG

GEGRÜNDET 1690

zusammen mit dem  
Department Mathematik  
der Universität Hamburg

Anlässlich seines 300. Geburtstages:



***Leonhard Euler, Mathematiker und Ingenieur***

Freitag und Samstag, 9. und 10. November 2007

Geomatikum, Hörsaal H1

Bundesstraße 55, 20146 Hamburg

# Herbsttagung 2007

Anlässlich seines 300. Geburtstages:

## *Leonhard Euler, Mathematiker und Ingenieur*

### **Freitag, 9. November 2007, Hörsaal 1 (Geomatikum)**

- |                   |                                                                                                                                                      |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 15.00 – 15.10 Uhr | Begrüßung und Einführung                                                                                                                             |
| 15.10 – 16.00 Uhr | Thomas Sonar: <i>Leonhard Eulers Analysis und die Ausbildung der Mechanik</i>                                                                        |
| 16.00 – 16.40 Uhr | Kaffeepause                                                                                                                                          |
| 16.40 – 17.30 Uhr | Harald Löwe: <i>Die Geschichte des Eulerschen Polyedersatzes</i>                                                                                     |
| 17.50 – 18.40 Uhr | Olaf Neumann: <i>Algebra und Zahlentheorie bei Euler</i>                                                                                             |
| ca. 19.30 Uhr     | Nachsitzung im Hotel Hafen Hamburg (Anmeldung bis 2.11.2007 erbeten). Für das Essen wird ein subventionierter Beitrag von 25 EUR pro Person erhoben. |

### **Sonnabend, 10. November 2007, Hörsaal 1 (Geomatikum)**

- |                   |                                                                                                                                            |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10.00 – 10.10 Uhr | Begrüßung                                                                                                                                  |
| 10.10 – 11.00 Uhr | Jürgen Gottschalk: <i>Geschichtliche Entwicklung des Zahnrades und Eulers Beitrag zur Vervollkommnung mittels der Evolventenverzahnung</i> |
| 11.00 – 12.00 Uhr | Kaffeepause (und Hörbeispiele zur Eulerschen Stimmung)                                                                                     |
| 12.00 – 12.10 Uhr | Überreichung der Diplome an erfolgreiche Teilnehmer des Internationalen Mathematischen Städtewettbewerbs                                   |
| 12.10 – 13.00 Uhr | Franz Vinnemeier: <i>Der Drehimpulssatz und seine technischen Anwendungen</i> (mit Vorführung der Eulerschen Turbine)                      |

**Thomas Sonar**

Technische Universität Braunschweig

***Leonhard Eulers Analysis und die Ausbildung der Mechanik***

Newton gilt gemeinhin als Begründer der modernen Mechanik und die Formel *Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung* wird fast immer Newton zugeschrieben. Diese Sicht ist falsch. Die eigentliche Begründung der modernen Mechanik gelang erst Euler, und zwar durch den konsequenten Einsatz der Analysis. Im Vortrag gehen wir den Spuren Eulers in der Mechanik nach und zeigen auf, welche Rolle Eulers Analysis jeweils spielte.

\*\*\*\*\*

**Harald Löwe**

Technische Universität Braunschweig

***Die Geschichte des Eulerschen Polyedersatzes***

Leonhard Eulers Polyedersatz zählt mit Recht zu den Top Ten der schönsten mathematischen Sätze. Hinzu kommt ein wirklich spannender Teil der Mathematikgeschichte, die von vielen Beweisversuchen von Euler über Legendre und Cauchy bis hin zu Poincaré, von Gegenbeispielen und von unermüdlichen „Monstersperren“ berichtet. Diese historische Entwicklung ist das Thema des Vortrags.

\*\*\*\*\*

**Olaf Neumann**

Friedrich-Schiller-Universität Jena

***Algebra und Zahlentheorie bei Euler***

Im Vortrag werden die folgenden Einzelthemen berührt: Von der Integralrechnung zum Fundamentalsatz der Algebra; komplexe Zahlen als Gleichungswurzeln; Werte von ganzzahligen binären quadratischen Formen; der Zwei-Quadrate-Satz; das Reziprozitätsgesetz der quadratischen Reste.

An der Literatur Interessierte seien hier in erster Linie hingewiesen auf das Buch von André Weil: *Zahlentheorie. Ein Gang durch die Geschichte von Hammurapi bis Legendre*. Übers. a.d. Engl. von H. Pieper. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser 1992, das ein gesondertes Kapitel über Euler von 156 Seiten enthält. Der Vortragende erörtert die Gegenstände seines Vortrags im Artikel *Leonard Euler und die Zahlen*. Erscheint in der Reihe „Disquisitiones Historiae Scientiarum, Braunschweiger Beiträge zur Wissenschaftsgeschichte“. Braunschweig 2007.

\*\*\*\*\*

**Jürgen Gottschalk**

Hamburg

***Geschichtliche Entwicklung des Zahnrades und Eulers Beitrag zur Vervollkommnung mittels der Evolventenverzahnung***

Der Vortrag beinhaltet zunächst eine kurze geschichtliche Abfolge in der Entwicklung des Zahnrades, beginnend in der Antike. Aus dieser Zeit (ca. 1. Jh. v. Chr.) ist ein beachtenswertes Zeugnis, ein kompliziertes Zahnradgetriebe aus einem Schiffswrack vor Antikythera überliefert.

Die Verwendung von Zahnrädern im Mittelalter erforderte zunehmend handwerkliche Geschicklichkeit und verbesserte Bearbeitungswerkzeuge, insbesondere für die Ausarbeitung der Zähne von Zahnrädern für Uhrwerke, z.B. in Kirchtürmen. Umfassender wachsen ab dem späten Mittelalter im technischen Bereich die Anforderungen bei der Herstellung von Zahnrädern bzw. Zahnradgetrieben für den Einsatz in maschinellen Einrichtungen des Bergbaus und Mühlenwesens. In den Maschinenbüchern des 16. bis 19. Jh. (z.B. Agricola, Verantius, Böckler, Leupold und holländische Mühlenbücher) sind zahlreiche Darstellungen über Zahnräder und die bestmögliche Gestaltung der Zähne zu finden.

Im 17. Jh. beginnt mit Mathematikern wie Gerard Desargues (1593-1662), Olaf Römer (1644-1710) und Philippe de la Hire (1640-1718) das wissenschaftliche Interesse an Zahnradkonstruktionen und der Formgebung ihrer Zähne. Von de la Hire wurde eine erste Abhandlung zu diesem Thema 1694 gedruckt, wobei er für die Formgebung der Zahnflanken die Epizykloide bzw. Zykloide vorsieht. Er ist der erste, der eine Verzahnung für gleich bleibende Übersetzung mathematisch festlegt und praktisch umgesetzt hat. Auch Charles Étienne Louis Camus (1699-1768) beschäftigte sich intensiv mit ein- und doppelseitigen Zykloidenverzahnungen.

Leonhard Euler (1707-1783) interessierte sich ebenfalls für Verzahnungen. Er befasste sich mit der Theorie der Zahnform und erkannte, dass mit der Evolvente eine Verbesserung gegenüber der Zykloidenverzahnung zu erzielen sei, weil bei der Übertragung zweier im Eingriff befindlichen Zahnräder die Drehbewegung reibungsarm erfolgt. Die Evolventenverzahnung ermöglicht eine gleichmäßige Übertragung von Drehmomenten bei einer konstanten Übersetzung. Bei der Evolventenverzahnung zweier Zahnräder nach Euler berühren sich die Zahnflanken, die Evolventen der zugehörigen Basiskreise (Evoluten) sind und deren Radien das Übertragungsverhältnis bestimmen, stets entlang einer Geraden. Die gemeinsame Tangente steht im Berührungspunkt senkrecht zu dieser Geraden. Die Gerade(n) mit den Berührungspunkten ist (sind) gleichzeitig gemeinsame Tangente beider Kreise. Im Maschinenbau wird wegen der Vorteile fast ausschließlich die Evolventenverzahnung verwendet.

Ein Kurzfilm wird abschließend noch einmal den vorgetragenen Sachverhalt veranschaulichen.

\*\*\*\*\*

### **Franz Vinnemeier**

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

#### ***Der Drehimpulssatz und seine technischen Anwendungen***

1754 veröffentlichte Leonard Euler den Drehimpulssatz. Als praktische Anwendung schlug er eine Wasserturbine vor. Daraus entwickelten sich im Laufe der Zeit die Strömungs- oder Turbomaschinen, die heute die typischen Maschinen bei der Energieerzeugung und -umwandlung sind.

Ausgehend vom Drehimpulssatz wird die Funktionsweise der Eulerschen Turbine beschrieben. Dabei wird deutlich, wie man aus einer Strömung Energie erzeugen bzw. wie man einer Strömung Energie zuführen kann. Anhand von Beispielen heute verwendeter Strömungsmaschinen wird die Verwirklichung des Drehimpulssatzes in technischen Anwendungen und seine Bedeutung in der heutigen Zeit gezeigt.

\*\*\*\*\*

Am Samstag ist Gelegenheit, eine nach den Originalplänen gebaute Eulersche Turbine in Funktion zu besichtigen sowie auf zwei Spinnetten Beispiele zur Eulerschen Stimmung zu hören.